



## Quine-McCluskey

ขั้นตอนที่ 1 เปรียบเทียบผลต่างของ Minterm ในฟังก์ชันที่ต้องการลดรูปโดยให้ผลต่างของการเปรียบเทียบสามารถจัดอยู่ในรูป  $2^n$

ขั้นตอนที่ 2 สร้างตาราง Prime Implicant เพื่อหา Essential Prime Implicant

### เปรียบเทียบผลต่างของ Minterm

- จัดกลุ่มมินเทอม ด้วยจำนวน 1
- จับคู่แต่ละเทอมระหว่าง เทอม  $n$  กับ  $n+1$  โดยหลักการ  $(a b' + a b = a)$  แล้วนำไปเขียนในลิสต่อไปหรือดูที่ต่างกัน 1 บิต แล้วทำเครื่องหมายเทอมที่ถูกเลือก
- ทำซ้ำขั้นที่ 2 โดยเขียนลิสต่อไป

### เปรียบเทียบผลต่างของ Minterm

ตัวอย่างที่ 2 ให้ทำการลดรูปฟังก์ชัน  $f(A,B,C,D,E) = \sum m(2,3,7,10,12,15,27) + \sum dc(5,18,19,21,23)$  โดยใช้หลักการ Q- M

List 1		List 2		List 3	
Minterm	ABCDE	Minterm	ABCDE	Minterm	ABCDE
2	00010 ✓	2,3	000_1 ✓	2,3,8,19	_001_ PI1
3	00011 ✓	2,10	0_001 PI4	3,7,19,23	_0_11 PI2
5	00101 ✓	2,18	_0010 ✓	5,7,21,23	_01_1 PI3
10	01010 ✓	3,7	00_11 ✓		
12	01100 PI7	3,19	_0011 ✓		
18	10010 ✓	5,7	001_1 ✓		
7	00111 ✓	5,21	_0101 ✓		
19	10011 ✓	18,19	1001_ ✓		
21	10101 ✓	7,15	0_111 PI5		
15	01111 ✓	7,23	_0111 ✓		
23	10111 ✓	19,23	10_11 ✓		
27	11011 ✓	19,27	1_011 PI6		
		21,23	101_1 ✓		

### สร้างตาราง Prime Implicant เพื่อหาค่า Essential Prime Implicant

Minterm \ PI	2	3	7	10	12	15	27
PI1	X	X					
PI2		X	X				
*PI3			X				
*PI4	X			⊗			
*PI5			X			⊗	
*PI6							⊗
*PI7				⊗			

### สร้างตาราง Prime Implicant เพื่อหาค่า Essential Prime Implicant

$f(A,B,C,D,E) = PI1+PI4+PI5+PI6+PI7$   
 $= \_001\_ + 0\_010 + 0\_111 + 1\_011 + 01100$   
 $= \overline{B}CD + \overline{A}CDE + \overline{A}CDE + \overline{A}CDE + \overline{A}BCDE$

หรือ

$f(A,B,C,D,E) = PI2+PI4+PI5+PI6+PI7$   
 $= \_0\_11 + 0\_010 + 0\_111 + 1\_011 + 01100$   
 $= \overline{B}CE + \overline{A}CDE + \overline{A}CDE + \overline{A}CDE + \overline{A}BCDE$

ตอบ  $f(A,B,C,D,E) = \overline{B}CE + \overline{A}CDE + \overline{A}CDE + \overline{A}CDE + \overline{A}BCDE$

**Table 4.1** Quine-McCluskey prime implicant computation.

A 0000 ✓	J 0-00 ✓	R --00
-----	K -000 ✓	
B 0100 ✓	-----	
C 1000 ✓	L 010-	
-----	M -100 ✓	
D 0101 ✓	N 1-00 ✓	
E 1100 ✓	-----	
-----	O 01-1	
F 0111 ✓	-----	
G 1011 ✓	P -111	
-----	Q 1-11	
H 1111 ✓	-----	

**Table 4.4** A prime implicant (PI) table.

PI	Numeric	\$	Label	0	4	5	7	8	11	12	15
w'xy'	0 1 0 -	4	A		X	X					
xyz	- 1 1 1	4	B				X			X	
wyz	1 - 1 1	4	C					X		X	
w'xz	0 1 - 1	4	D			X	X				
y'z'	- - 0 0	3	E	X	X			X		X	

**Table 4.5** Finding essential prime implicants.

PI	Numeric	\$	Label	0	4	5	7	8	11	12	15
w'xy'	0 1 0 -	4	A	X	X						
xyz	- 1 1 1	4	B				X			X	
wyz	1 - 1 1	4	C					X		X	
w'xz	0 1 - 1	4	D			X	X				
y'z'	- - 0 0	3	E	X	X			X		X	

**Table 4.6** The reduced table.

\$	Label	5	7
4	A	X	
4	B		X
4	D	X	X

	\$	1	3	4	6	7	9	11	12	13	15
b'd'	- 0 - 1	3	A	X	X						
cd	- - 1 1	3	B		X		X	X			X
ad	1 - - 1	3	C				X	X	X	X	
abc'	1 1 0 -	4	D						X	X	
bc'd'	- 1 0 0	4	E		X					X	
a'bd'	0 1 - 0	4	F		X	X					
a'bc	0 1 1 -	4	G			X	X				

$A + C + E + G$   
 $A + F + B + D$

**Quine-McCluskey หลายเอาต์พุต**

$f\alpha(A,B,C,D,E) = \sum m(0,2,7,10) + dc(12,15)$   
 $f\beta(A,B,C,D,E) = \sum m(2,4,5) + dc(6,7,8,10)$   
 $f\gamma(A,B,C,D,E) = \sum m(2,7,8) + dc(0,5,13)$

List 1			
Minterm	ABCD	Function	
0	0000	$\alpha \beta \gamma$	
2	0010	$\alpha \beta \gamma$	
4	0100	$\alpha \beta \gamma$	
8	1000	$\alpha \beta \gamma$	
5	0011	$\alpha \beta \gamma$	
6	0101	$\alpha \beta \gamma$	
10	1010	$\alpha \beta \gamma$	
12	1100	$\alpha \beta \gamma$	
7	0111	$\alpha \beta \gamma$	
13	1101	$\alpha \beta \gamma$	
15	1111	$\alpha \beta \gamma$	

**Quine-McCluskey หลายเอาต์พุต**

List 1				List 2				List 3			
Minterm	AECDE	Function		Minterm	ABCDE	Function		Minterm	AECDE	Function	
0	0000	$\alpha \gamma$	✓	0,2	00_0	$\alpha \gamma$	P2	4,5,6,7	01_	$\beta$	P11
2	0010	$\alpha\beta\gamma$	P10	0,8	_000	$\gamma$	P3				
4	0100	$\beta$	✓	2,6	0_10	$\beta$	P4				
8	1000	$\beta\gamma$	P11	2,10	_010	$\alpha\beta$	P5				
5	0101	$\beta\gamma$	✓	4,5	010_	$\beta$	✓				
6	0110	$\beta$	✓	4,6	01_0	$\beta$	✓				
10	1010	$\alpha\beta$	✓	8,10	10_0	$\beta$	P6				
12	1100	$\alpha$	P12	5,7	01_1	$\beta\gamma$	P7				
7	0111	$\alpha\beta\gamma$	P13	5,13	_101	$\gamma$	P8				
13	1101	$\gamma$	✓	6,7	011_	$\beta$	✓				
15	1111	$\alpha$	✓	7,15	_111	$\alpha$	P9				

Minterm	$f\alpha$				$f\beta$				$f\gamma$				
	0	2	7	10	2	4	5	2	7	8	2	7	8
*PI1							X						
PI2	X	X								X			
PI3													X
PI4							X						
*PI5		X		X									
PI6													
PI7									X		X		
PI8													
PI9			X										
PI10		X			X				X				
PI11													X
PI12													
PI13			X								X		

ตารางแสดง Prime Implicant

Minterm	$f\alpha$		$f\gamma$	
	7	7	8	
PI3				X
PI7		X		
PI9	X			
PI11				X
PI13	X	X		

ตารางแสดง Prime Implicant โดยเลือก PI ที่ครอบคลุม Minterm ที่เหลือ

**ผลลัพธ์การลดรูป**

$$f\alpha(A,B,C,D) = \Sigma m(0,2,7,10) + \Sigma(12,15)$$

$$= \text{PI2} + \text{PI5} + \text{PI13}$$

$$= (00\_0) + (\_010) + (0111)$$

$$= \overline{A}\overline{B}\overline{D} + \overline{B}CD + \overline{A}BCD$$
  

$$f\beta(A,B,C,D) = \Sigma m(2,4,5) + \Sigma(6,7,8,10)$$

$$= \text{PI2} + \text{PI5}$$

$$= (01\_)\_ + (\_010)$$

$$= \overline{A}B + \overline{B}C\overline{D}$$
  

$$f\gamma(A,B,C,D) = \Sigma m(2,7,8) + \Sigma(0,5,13)$$

$$= \text{PI2} + \text{PI3} + \text{PI13}$$

$$= (00\_0) + (\_000) + (0111)$$

$$= \overline{A}\overline{B}\overline{D} + \overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}BCD$$

$$f(a, b, c) = \Sigma m(2, 3, 7)$$

$$g(a, b, c) = \Sigma m(4, 5, 7)$$

a'	b	c'	g'	0	1	0	-	0
a'	b	c	g'	0	1	1	-	0
a	b'	c'	f'	1	0	0	-	0
a	b'	c	f'	1	0	1	-	0
a	b	c		1	1	1	-	-

**Table 4.7** Multiple output Quine-McCluskey method.

A	0	1	0	-	0	√	F	0	1	-	0
B	0	1	1	-	0	√	G	1	0	-	0
C	1	0	0	-	0	√	H	-	1	1	0
D	1	0	1	0	-	√	J	1	-	1	0
E	1	1	1	-	-	-					

**Table 4.9** A multiple output prime implicant table.

		f				g			
	Σ	2	3	7	4	5	7		
1 1 1	4	A						X	
0 1 -	3	B	X	X					
1 0 -	3	C				X	X		
- 1 1	3	D		X	X				
1 - 1	3	E						X	X

$f = a'b + abc$   
 $g = ab' + abc$

**Table 4.10** A reduced prime implicant table.

		f	g	
	Σ	7	7	
1 1 1	4	A	X	X
- 1 1	3	D	X	
1 - 1	3	E		X

$$f(a, b, c, d) = \Sigma m(2, 3, 4, 6, 9, 11, 12) + \Sigma d(0, 1, 14, 15)$$

$$g(a, b, c, d) = \Sigma m(2, 6, 10, 11, 12) + \Sigma d(0, 1, 14, 15)$$

A	0	0	0	-	-	√	AA	0	0	-	-	√	BA	0	0	-	-	√			
B	0	0	0	1	-	√	AB	0	0	-	-	√	BB	0	-	0	-	√			
C	0	0	1	0	-	√	AC	0	-	0	0	-	√	BC	0	-	1	-	√		
D	0	1	0	0	-	√	AD	0	0	-	1	-	√	BD	-	1	0	0	-	√	
E	0	1	1	0	-	√	AE	-	0	0	1	-	√	BE	-	1	0	0	-	√	
F	0	1	1	1	-	√	AF	0	0	1	-	√	BF	1	-	1	-	0	-	√	
G	1	0	0	1	-	√	AG	0	-	1	0	-	√								√
H	1	0	1	0	-	√	AH	-	0	1	0	-	√								√
I	1	0	1	1	-	√	AI	0	1	-	0	-	√								√
J	1	1	0	1	-	√	AJ	-	1	0	0	-	√								√
K	1	1	1	0	-	√	AK	-	0	1	1	-	√								√
L	1	1	1	1	-	√	AL	-	1	1	0	-	√								√
							AM	1	0	-	1	-	√								√
							AN	1	0	1	-	√									√
							AO	1	-	1	0	-	√								√
							AP	1	1	-	0	-	√								√
							AQ	1	-	1	1	-	√								√
							AR	1	1	1	-	√									√

		f						g							
	Σ	2	3	4	6	9	11	12	2	6	10	11	12		
0 0 0	A	4													
0 0 0	B	4	X						X						
0 - 1 0	C	4	X		X				X	X					
- 1 1 0	D	4			X					X					
1 - 1 1	E	4					X					X			
1 1 1	F	4													
1 1 - 0	G	4						X						X	
- 1 - 0	H	3		X	X			X							
0 - - 0	J	3	X	X	X										
0 0 - -	K	3	X	X											
- 0 - 1	L	3		X		X	X								
- - 1 0	M	3						X	X	X					
1 - 1 -	N	3								X	X				

		f				g			
	Σ	2	4	6	12	2	6	10	11
0 0 - 0	B	4	X			X			
0 - 1 0	C	4	X	X		X	X		
- 1 1 0	D	4		X			X		
1 - 1 1	E	4							X
1 1 - 0	G	1			X				
- 1 - 0	H	3	X	X	X				
0 - - 0	J	3	X	X	X				
0 0 - -	K	3	X						
- - 1 0	M	3				X	X	X	
1 - 1 -	N	3						X	X

		<i>f</i>				<i>g</i>	
		<b>2</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>12</b>	<b>2</b>	<b>6</b>
0 0 - 0	<i>B</i>	4	X			X	
0 - 1 0	<i>C</i>	4	X		X	X	X
- 1 1 0	<i>D</i>	4			X		X
1 1 - 0	<i>G</i>	1			X		
- 1 - 0	<i>H</i>	3		X	X	X	
0 - - 0	<i>J</i>	3	X	X	X		
0 0 - -	<i>K</i>	3	X				
- - 1 0	<i>M</i>	3				X	X

$f = b'd + abd' + a'd'$   
 $g = ac + abd' + cd'$