

BCD Arithmetic Unit

Design of BCD adder

การบวกตัวเลข BCD 1 digit 2 จำนวน x และ y และ carry-in นั้น แต่ละ I/P จะมีค่าที่เป็นไปได้ดังต่อไปนี้

$$C_i = \{ 0, 1 \}$$

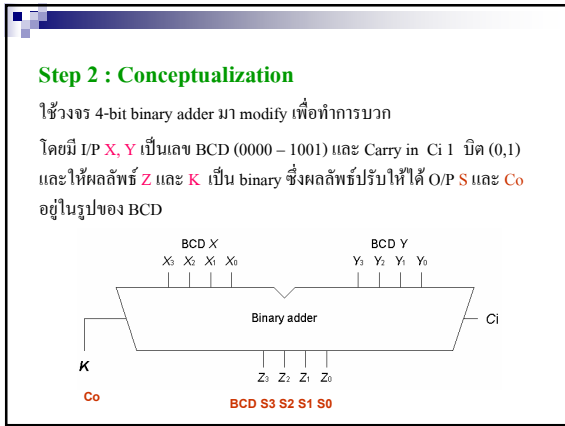
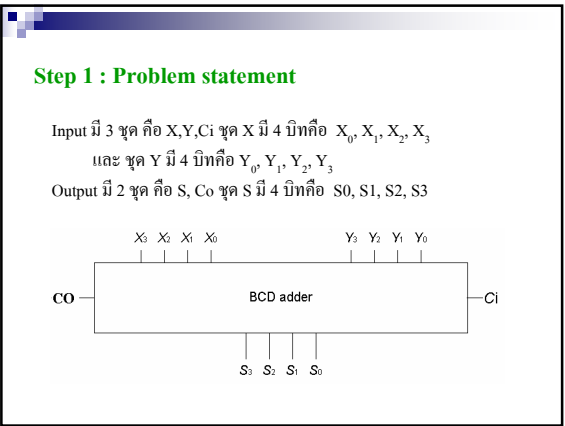
$$X = x_3 x_2 x_1 x_0 = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$$

$$Y = y_3 y_2 y_1 y_0 = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$$

ดังนั้นการบวก $X + Y + C_i$ จึงสามารถให้ผลได้ถึง 19 ค่า

BCD addition table

Sum		C _i = 1										Sum		C _i = 0									
Y	X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
0	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		
0	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		
0	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13		
0	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14		
0	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15		
0	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16		
0	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17		
0	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18		
0	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19													



Step 3 : Solution/Simplification

ผลลัพธ์ที่ได้จากการบวกเลข BCD 1 digit 2 จำนวนกับ Carry-in จะมีค่าตั้งแต่ 0 (0+0+0) ถึง 19 (9+9+1) แต่ในการบวกนั้น เราจะใช้วงจร binary adder จึงทำให้ผลลัพธ์ออกมาในรูปแบบของ binary เช่น $10_{10} = 1010_2$ เราจำเป็นต้องนำผลลัพธ์นี้มาปรับให้อยู่ในรูปแบบของ BCD เช่น $1010 = (1\ 0000)BCD$

ตัวอย่างที่ 4

$$\begin{array}{r} 5 = 0101 \\ + 3 = 0011 \\ \hline 8 = 1000 \end{array}$$

ผลลัพธ์เป็น BCD ถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 5

$$\begin{array}{r} 7 = 0111 \\ + 5 = 0101 \\ \hline 12 = 1100 \\ + 0110 \\ \hline 10010 \end{array}$$

ผลลัพธ์เป็น binary ซึ่งมากกว่า 9
บวก 6 เนื่องจากผลลัพธ์มากกว่า 9
12 ได้ผลลัพธ์ BCD ที่ถูกต้อง

Decimal Sum	Binary Sum	BCD Sum	BCD Sum Weights
Sum	K Z3 Z2 Z1 Z0	C S3 S2 S1 S0	10 1
0	0 0 0 0 0	0 0 0 0 0	0 0
1	0 0 0 0 1	0 0 0 0 1	0 1
2	0 0 0 1 0	0 0 0 1 0	0 2
3	0 0 0 1 1	0 0 0 1 1	0 3
4	0 0 1 1 0	0 0 1 0 0	0 4
5	0 0 1 1 1	0 0 1 0 1	0 5
6	0 0 1 0 0	0 0 1 1 0	0 6
7	0 0 1 0 1	0 0 1 1 1	0 7
8	0 1 0 0 0	0 1 0 0 0	0 8
9	0 1 0 0 1	0 1 0 0 1	0 9
10	0 1 0 1 0	1 0 0 0 0	1 0
11	0 1 0 1 1	1 0 0 0 1	1 1
12	0 1 1 1 0	1 0 0 1 0	1 2
13	0 1 1 1 1	1 0 0 1 1	1 3
14	1 0 1 0 0	1 0 1 0 0	1 4
15	1 0 1 0 1	1 0 1 0 1	1 5
16	1 0 0 0 0	1 0 1 1 0	1 6
17	1 0 0 0 1	1 0 1 1 1	1 7
18	1 0 0 1 0	1 1 0 0 0	1 8
19	1 0 0 1 1	1 1 0 0 1	1 9

ฟังก์ชันของ Co โดยใช้ K-map

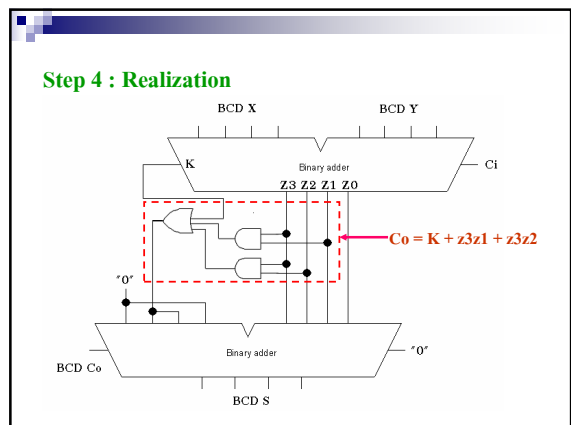
$K = 0$

C Z3Z2	00	01	11	10
Z3Z2	00			
	01			
	11	1	1	1
Z3Z2	10			1

$K = 1$

C Z3Z2	00	01	11	10
Z3Z2	00	1	1	1
	01	X	X	X
	11	X	X	X
	10	X	X	X

จะได้ฟังก์ชันของ Co ดังนี้
 $C_o = K + z_3z_1 + z_3z_2$
 และเมื่อ $C_o = 1$ เราจะบวก Z ด้วย 0110



การลบ BCD X-Y ทำได้โดยบวก X ด้วยค่า 9s complement ของ Y

$$X - Y = X + Y'$$

ค่า 9s complement ของ Y หาได้จาก $9 - Y$

$$Y' = 9 - Y$$

Decimal	BCD	
	Y	Y = 9s Complement
0	0000	1001
1	0001	1000
2	0010	0111
3	0011	0110
4	0100	0101
5	0101	0100
6	0110	0011
7	0111	0010
8	1000	0001
9	1001	0000

BCD Subtraction

กรณี X > Y

ผลบวกจาก BCD Adder จะเกิด Carry-out = 1 เป็น EAC แสดงว่าผลลัพธ์เป็นบวก
 ให้นำ EAC ไปบวกกับผลบวกที่ได้ จะได้ผลลัพธ์ ที่ถูกต้อง

$$\begin{array}{r} X = 5 = 0101 \\ Y = 2 = 0111 \quad \text{9s complement ของ 2} \\ X - Y = X + Y' = 1100 \quad \text{Note: } X + Y' = X + (9 - Y) \\ = 9 + (X - Y) > 9 \\ + 0110 \quad \text{บวกด้วย 6} \\ \hline \text{EAC} \rightarrow 10010 \quad \text{ผลลัพธ์จาก BCD adder} \\ + 1 \\ \hline = 10011 = 3 \end{array}$$

BCD Subtraction

กรณี $X < Y$

ผลบวกจาก BCD Adder จะได้ Carry-out = 0

แสดงว่าผลลัพธ์เป็นลบ ให้ทำ 9s complement ผลลัพธ์นั้น จะได้เอาที่หลุด ที่ถูกต้อง

$$\begin{aligned}
 X &= 5 &= &0101 \\
 Y &= 9 &= &0000 && \text{9s complement ของ 9} \\
 X - Y &= X + Y' &= &0101 && \text{ผลลัพธ์จาก BCD adder}
 \end{aligned}$$

Carry-out = 0 ที่ 9s complement

$$01010 = -4 \text{ (Carry-out เป็น 0 แสดงว่าเป็นค่าลบ)}$$

หลักการทำ 9s complement

BCD number	0000	0001	0010	0011
Invert	1111	1110	1101	1100
Add 1010	1010	1010	1010	1010
Result	1 1001	1 1000	1 0111	1 0110
Drop Carry-out	1001	1000	0111	0110

หลักการทำ 9s complement

Decimal	BCD	Bitwise Complement	Add 1010	Re 01	Ignore carry-out
N	N	$15 - N$	$+ 10$	$= 25 - N$	$= 9s \text{ Complement } N'$
0	0000	1111	1010	11001	1001
1	0001	1110	1010	11000	1000
2	0010	1101	1010	10111	0111
3	0011	1100	1010	10110	0110
4	0100	1011	1010	10101	0101
5	0101	1010	1010	10100	0100
6	0110	1001	1010	10011	0011
7	0111	1000	1010	10010	0010
8	1000	0111	1010	10001	0001
9	1001	0110	1010	10000	0000

BCD Add/Subtraction

