

เนื้อหา

Serial Division

Design and Implementation of a Serial Division ASM

มีหลายวิธีในการสร้างความสามารถในการหารใน CPU ของ Computer คือ

- การสร้างลำดับเศษเหลือ โดยที่เศษเหลือจะถูกกำหนดโดย recursion formula ฟังก์ชันของการหารสามารถโปรแกรมเป็น subroutine ซึ่งเรียกคำสั่ง shift และ subtract ซ้ำ ๆ กันหลาย ๆ ครั้ง
- serial division ASM สามารถออกแบบขึ้นจาก adder ขนาด n+1 บิต และ Shift register เราจะมาวิเคราะห์ procedure ของการหารตัวเลข n บิต เพื่อหาผลหารและเศษ

Analysis of Binary Integer Division

ในการเขียนตำแหน่งของเลขฐานสอง P และ Q มีค่าดังนี้

$$P = 2^3p_3 + 2^2p_2 + 2^1p_1 + 2^0p_0$$

$$Q = 2^3q_3 + 2^2q_2 + 2^1q_1 + 2^0q_0$$

เมื่อ ตัวตั้ง = P = p₃p₂p₁p₀ ผลหาร = Q = q₃q₂q₁q₀ ตัวหาร = B

partial dividend {PD} แสดงให้เห็นภายใน { } เป็นส่วนของตัวตั้งที่จะถูกหาร

ในแต่ละ step ใน step j ผลลัพธ์หรือบิต q_j จะบอกจำนวนครั้งที่ตัวหารเข้าไปยัง partial dividend เศษเหลือที่แท้จริง R_j = { PD } – B q_j พิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

หาร 1101 ด้วย 11

$$\begin{array}{r}
 \overline{) 0100} = \overline{) q_3q_2q_1q_0} \\
 \underline{11} \\
 \{ 11 \} \\
 \underline{11} \\
 \{ 00 \} \\
 \underline{00} \\
 \{ 01 \} \\
 \underline{00} \\
 1 = \text{Remainder}
 \end{array}$$

ตัวอย่างต่อไปจะใช้พีชคณิตในการแสดงวิธีหารเลขจำนวนเต็ม ฐานสอง ในแต่ละค่าของ j เศษเหลือที่แท้จริง $\{ R_j \}$ หาได้จากการลบผลคูณของบิตนั้น $\{ Bq_j \}$ จาก partial dividend $\{ PD \}$ นั่นคือ

$$\{ R_j \} = \{ PD \} - Bq_j \text{ เมื่อ } j = 3, 2, 1, 0$$

Index j

	B	$\begin{array}{r} q_3 \quad q_2 \quad q_1 \quad q_0 \\ \{ p_3 \} \quad p_2 \quad p_1 \quad p_0 \\ \hline - Bq_3 \end{array}$		
				If $B > p_3$, then $q_3 = 0$ else $q_3 = 1$
3 =		R_3		$R_3 = \{ p_3 \} - Bq_3$
		$\begin{array}{r} \{ 2R_3 + p_2 \} \\ \hline - Bq_2 \end{array}$		If $B > 2R_3+p_2$, then $q_2 = 0$ else $q_2 = 1$
2 =		R_2		$R_2 = \{ 2R_3+p_2 \} - Bq_2$
		$\begin{array}{r} \{ 2R_2 + p_1 \} \\ \hline - Bq_1 \end{array}$		If $B > 2R_2+p_1$, then $q_1 = 0$ else $q_1 = 1$
1 =		R_1		$R_1 = \{ 2R_2+p_1 \} -$
Bq ₁		$\begin{array}{r} \{ 2R_1 + p_0 \} \\ \hline - Bq_0 \end{array}$		If $B > 2R_1+p_0$, then $q_0 = 0$ else $q_0 = 1$
0 =		R_0		$R_0 = \{ 2R_1+p_0 \} - Bq_0$

An Algorithm for Binary Integer Division

วิธีที่ใช้ก่อนหน้านี้สามารถนำมาเขียน algorithm สำหรับการหารเลขจำนวนเต็มฐานสอง

Process ของการหาร P ด้วย B สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$P - BQ = R$$

เมื่อ Q = ผลหาร R = เศษเหลือ และ $R < B$

ที่มาของสูตรของสัมประสิทธิ์ของผลหาร q_i

การหาร P ด้วย B สามารถเขียนเป็นสมการในรูปต่อไปนี้

$$2^3 p_3 + 2^2 p_2 + 2^1 p_1 + 2^0 p_0 - B(2^3 q_3 + 2^2 q_2 + 2^1 q_1 + 2^0 q_0) = R \quad (1)$$

จุดมุ่งหมายของ process การหาคือหาสัมประสิทธิ์ของผลหาร q_3, q_2, q_1, q_0 และเศษเหลือ R สัมประสิทธิ์ q_j และเศษเหลือ R_j จะถูกหาขึ้น โดย $j = 3, 2, 1, 0$ ดังต่อไปนี้

หารสมการ (1) ด้วย 2^3 เพื่อแยก q_3

$$\{ p_3 \} - B q_3 = R_3 = \text{เศษ}$$

หารสมการ (1) ด้วย 2^2 เพื่อแยก q_2

$$\begin{aligned} (2p_3 + p_2) - B(2q_3 + q_2) &= R_2 \\ 2(p_3 - Bq_3) + p_2 - Bq_2 &= R_2 \end{aligned}$$

แทน R_3 เข้าที่ $p_3 + Bq_3$

$$2R_3 + p_2 - Bq_2 = R_2$$

หารสมการ (1) ด้วย 2^1 เพื่อแยก q_1

$$\begin{aligned} 4p_3 + 2p_2 + 1p_1 - B(4q_3 + 2q_2 + 1q_1) &= R_1 \\ 2[2(p_3 - Bq_3) + (p_2 - Bq_2)] + p_1 - Bq_1 &= R_1 \\ 2[2R_3 + (p_2 - Bq_2)] + p_1 - Bq_1 &= R_1 \end{aligned}$$

แทน R_2 เข้าที่ $2R_3 + (p_2 - Bq_2)$

$$2R_2 + p_1 - Bq_1 = R_1$$

หารสมการ (1) ด้วย 2^0 เพื่อแยก q_0

$$\begin{aligned} 8p_3 + 4p_2 + 2p_1 + p_0 - B(8q_3 + 4q_2 + 2q_1 + q_0) &= R_0 \\ 8(p_3 - Bq_3) + 4(p_2 - Bq_2) + 2(p_1 - Bq_1) + p_0 - Bq_0 &= R_0 \\ 2[2\{2(p_3 - Bq_3) + (p_2 - Bq_2)\} + (p_1 - Bq_1)] + p_0 - Bq_0 &= R_0 \\ 2[2\{2R_3 + (p_2 - Bq_2)\} + (p_1 - Bq_1)] + p_0 - Bq_0 &= R_0 \\ 2[2R_2 + p_1 - Bq_1] + p_0 - Bq_0 &= R_0 \end{aligned}$$

แทน R_1 เข้าที่ $2R_2 + p_1 - Bq_1$

$$2R_1 + p_0 - Bq_0 = R_0$$

จะเห็นว่าแต่ละสมการของ R_j ($j = 3, 2, 1, 0$) สามารถเขียนเป็นสูตรดังนี้

$$R_j = \{ PD \} - q_j B$$

การคำนวณค่า q_j และ R_j ใช้ส่วนของตัวตั้ง $\{ PD \}$, โดย $j = 3, 2, 1, 0$ สามารถทำให้สำเร็จได้ดังนี้

- เมื่อ $j = 3$: $R_3 = \{ p_3 \} - q_3 B$

สมมติ $q_3 = 1$; จำนวนหาเศษ $Z_3 = \{ p_3 \} - 1B$

ถ้า $Z_3 < 0$: ตัวหารผิด ดังนั้น $q_3 = 0, R_3 = \{ p_3 \} - 0B = Z_3 + B$

ถ้า $Z_3 \geq 0$: ตัวหารถูก ดังนั้น $q_3 = 1, R_3 = \{ p_3 \} - 1B = Z_3$

- เมื่อ $j = 2$: $R_2 = \{ 2R_3 + p_2 \} - q_2B$

สมมติ $q_2 = 1$; ค้นหาเศษ $Z_2 = \{ 2R_3 + p_2 \} - 1B$

ถ้า $Z_2 < 0$: ตัวหารผิด ดังนั้น $q_2 = 0, R_2 = \{ 2R_3 + p_2 \} - 0B = Z_2 + B$

ถ้า $Z_2 \geq 0$: ตัวหารถูก ดังนั้น $q_2 = 1, R_2 = \{ 2R_3 + p_2 \} - 1B = Z_2$

- เมื่อ $j = 1$: $R_1 = \{ 2R_2 + p_1 \} - q_1B$

สมมติ $q_1 = 1$; ค้นหาเศษ $Z_1 = \{ 2R_2 + p_1 \} - 1B$

ถ้า $Z_1 < 0$: ตัวหารผิด ดังนั้น $q_1 = 0, R_1 = \{ 2R_2 + p_1 \} - 0B = Z_1 + B$

ถ้า $Z_1 \geq 0$: ตัวหารถูก ดังนั้น $q_1 = 1, R_1 = \{ 2R_2 + p_1 \} - 1B = Z_1$

- เมื่อ $j = 0$: $R_0 = \{ 2R_1 + p_0 \} - q_0B$

สมมติ $q_0 = 1$; ค้นหาเศษ $Z_0 = \{ 2R_1 + p_0 \} - 1B$

ถ้า $Z_0 < 0$: ตัวหารผิด ดังนั้น $q_0 = 0, R_0 = \{ 2R_1 + p_0 \} - 0B = Z_0 + B$

ถ้า $Z_0 \geq 0$: ตัวหารถูก ดังนั้น $q_0 = 1, R_0 = \{ 2R_1 + p_0 \} - 1B = Z_0$

Binary Division Algorithm

จากสูตรของการหาผลหาร q_j และ เศษเหลือ R_j สรุปเป็น Algorithm ได้ดังนี้

- เมื่อ $j = 3$: $R_3 = \{ p_3 \} - q_3B$

สมมติ $q_3 = 1$; ค้นหาเศษ $Z_3 = \{ p_3 \} - 1B$

ถ้า $Z_3 < 0$: ตัวหารผิด ดังนั้น $q_3 = 0, R_3 = \{ p_3 \} - 0B = Z_3 + B$

ถ้า $Z_3 \geq 0$: ตัวหารถูก ดังนั้น $q_3 = 1, R_3 = \{ p_3 \} - 1B = Z_3$

- เมื่อ $j = 2, 1, 0$: $R_j = \{ 2 (R_{j+1} + 2^{-1}p_j) \} - q_jB = \{ PD \} - q_jB$

สมมติ $q_j = 1$; ค้นหาเศษ $Z_j = \{ 2 (R_{j+1} + 2^{-1}p_j) \} - 1B$

ถ้า $Z_j < 0$: ตัวหารผิด ดังนั้น $q_j = 0, R_j = Z_j + B$

ถ้า $Z_j \geq 0$: ตัวหารถูก ดังนั้น $q_j = 1, R_j = Z_j$

Restoring Method of Binary Integer Division

การสมมติว่า $q_j = 1$ จะได้เศษสมมติ $Z_j = \{ PD \} - 1B$ ถ้าค่าของ $Z_j < 0$ ตัวหารผิด และ $q_j = 0$

restoring Method ของการหารเลขฐานสอง จะสร้างตัวตั้งโดยบวก B เข้าที่เศษสมมติ Z_j เศษที่แท้จริง R_j หาได้จาก

$$\text{ถ้า } Z_j < 0 : \quad q_j = 0, \quad R_j = \{ PD \} - 0B = Z_j + B$$

$$\text{ถ้า } Z_j \geq 0 : \quad q_j = 1, \quad R_j = \{ PD \} - 1B = Z_j$$

restoring method ของการหารเลขฐานสองทำได้ตาม ขั้นตอนต่อไปนี้

Register A และ P ต่อกันเพื่อเป็น 8-bit register

Initial Condition : $R_4 = 0; A, P = 0000.p_3p_2p_1p_0$

ให้ j เป็น step ซึ่งหา q_j และ R_j

$$\text{ที่ } j = 3, 2, 1, 0 \quad R_j = \{ 2 (R_{j+1} + 2^{-1}p_j) \} - q_j B$$

ซึ่งหาได้โดยขั้นตอนต่อไปนี้

1. Shift Left AP : $A = \{ 2 (R_{j+1} + 2^{-1}p_j) \} - q_j B = 2 R_{j+1} + p_j$

2. Subtract : (สมมติ $q_j = 1$) $Z_j = A - 1B = \{ PD \} - 1B$

3. ถ้า $Z_j < 0$: $q_j = 0, R_j = \{ PD \} - 0B = Z_j + B = R_j \rightarrow A$

ถ้า $Z_j \geq 0$: $q_j = 1, R_j = \{ PD \} - 1B = Z_j = R_j \rightarrow A$

จะเห็นว่า ถ้า $Z_j < 0$: $(\overline{Z_j \text{ sign}}) = \overline{(1)} = 0 \rightarrow q_j$

ถ้า $Z_j \geq 0$: $(\overline{Z_j \text{ sign}}) = \overline{(0)} = 1 \rightarrow q_j$

เมื่อ $Z_j \text{ sign}$ คือ sign bit ของ Z_j ดังนั้น $q_j = (\overline{Z_j \text{ sign}})$

Nonrestoring Method of Binary Division

Nonrestoring Method ของการหารเลขฐานสองจะใช้เศษสมมติ $Z_j = \{ PD \} - 1B$ โดยลดค่า Partial Dividend $\{ PD \}$ ไป B ที่ index j ถ้า $Z_j < 0$ ตัวหารผิด ดังนั้น $q_j = 0$ และ $2B$ จะถูกบวกเข้าที่ $\{ PD \}$ ใน step ต่อไปเพื่อให้ส่วนของตัวตั้งถูกต้อง ขั้นตอนของ Nonrestoring Method แสดงให้เห็นดังตัวอย่างต่อไปนี้ จะเห็นว่า

ถ้า $Z_j < 0$, $Z_j \text{ sign} = 1$ และ $q_j = 0$: ถ้า $Z_j \geq 0$, $Z_j \text{ sign} = 0$, $q_j = 1$ ดังนั้น $q_j = (\overline{Z_j \text{ sign}})$

ตัวอย่างการหาร $P = 1101$ ด้วย $B = 0011$

	0100 =	ผลลัพธ์
	1111 =	ผลลัพธ์ทดสอบ
	0011 $\left \begin{array}{r} 0 \ 0000 \\ \{p_3\} \\ - \ B \\ \hline \end{array} \right.$	1101 = 0 0000 $p_3p_2p_1p_0$
Shift Left		
Subtract	$\underline{\quad - \ B \quad}$	$\underline{\quad - \ 11 \quad}$
	$Z_3 = -10$	$Z_3 < 0 : q_3 = 0$
Add Next		
Shift Left	$2Z_3 + p_2$	- 100+ 1
Add	$\underline{\quad + \ B \quad}$	$\underline{\quad + \ 11 \quad}$
	$Z_2 = 0$	$Z_2 = 0 : q_2 = 1$
Subtract Next		
Shift Left	$2Z_2 + p_1$	$2(0) + 0$
Subtract	$\underline{\quad - \ B \quad}$	$\underline{\quad - \ 11 \quad}$
	$Z_1 = -11$	$Z_1 < 0 : q_1 = 0$
Add Next		
Shift Left	$2Z_1 + p_0$	- 110+ 1
Add	$\underline{\quad + \ B \quad}$	$\underline{\quad + \ 11 \quad}$
	$Z_0 = -10$	$Z_0 < 0 : q_0 = 0$
Add Next		
	$R = Z_0 + B$	-10 $\underline{\quad + \ 11 \quad}$ $R = 1 = \text{เศษ}$

สรุปจากตัวอย่างว่า ถ้าเศษสมมติ ถ้า $Z_{j+1} < 0$ ตัวหารผิด ดังนั้น $q = 0$ เราต้องบวก $2B$ เข้าที่ {PD} ใน step ต่อไปเพื่อให้ส่วนของตัวตั้งถูกต้อง

$$Z_j = 2 Z_{j+1} + 2B + p_j - 1B \quad \leftrightarrow \quad \begin{array}{l} (2 Z_{j+1} + p_j) + B \\ \text{Shift left} \quad \text{Add} \end{array}$$

ถ้าเศษสมมติ ถ้า $Z_{j+1} \geq 0$ ตัวหารถูก ดังนั้น $q = 1$ ไม่ต้องแก้ไข

$$Z_j = 2 Z_{j+1} + 0B + p_j - 1B \quad \leftrightarrow \quad \begin{array}{l} (2 Z_{j+1} + p_j) - B \\ \text{Shift left} \quad \text{Subtract} \end{array}$$

$$(\overline{Z_j \text{ sign}}) \rightarrow q_j$$

ให้ P เป็น 4-bit shift register ที่เริ่มต้นด้วยการเก็บค่าตัวตั้ง P

ให้ B เป็น 4-bit shift register ที่เริ่มต้นด้วยการเก็บค่าตัวหาร B

Bs เป็น Flip-Flop เพิ่มเข้ามาที่ซ้ายสุดของ register B เพื่อเก็บ sign bit

ให้ A เป็น 4-bit shift register ที่เริ่มต้นด้วยการ clear

As เป็น Flip-Flop เพิ่มเข้ามาที่ซ้ายสุดของ register A เพื่อเก็บ sign bit

Register A จะใช้สำหรับเก็บค่าส่วนของตัวตั้ง { PD } ที่แต่ละขั้นของ process

Register A, P จะต่อกัน โดย A อยู่ซ้าย

ใช้ 2s Complement arithmetic เพื่อทำการลบตัวเลข 5 บิตใน BsB ออกจาก AsA

Nonrestoring Method สามารถทำได้โดยใช้ algorithm ต่อไปนี้

- เมื่อ $j = 3$, Shift left AP : { PD } = p_3
 สมมติ $q_3 = 1$; คำนวณหา $Z_3 = p_3 - \bar{1}B$; $Z_{3s} \rightarrow q_3$
- เมื่อ $j = 2, 1, 0$

ถ้า $Z_{j+1} < 0$ บวก $2B$ เพื่อให้ส่วนของตัวตั้งถูกต้อง

$$Z_j = 2 Z_{j+1} + 2B + p_j - 1B \quad \leftrightarrow \quad \begin{matrix} (2 Z_{j+1} + p_j) + B \\ \text{Shift left} \quad \quad \text{Add} \end{matrix}$$

ถ้า $Z_{j+1} \geq 0$

$$Z_j = 2 Z_{j+1} + 0B + p_j - 1B \quad \leftrightarrow \quad \begin{matrix} (2 Z_{j+1} + p_j) - B \\ \text{Shift left} \quad \quad \text{Subtract} \end{matrix}$$

$$(\overline{Z_j \text{ sign}}) \rightarrow q_j$$

ดูตัวอย่างของ nonrestoring binary division ค้างต่อไปนี เมื่อ $P = 1101$, $B = 0011$

(1 1101 เป็นค่า 2s complement ของ BsB)

j	Time	Function	Bs	B	As	A	P
			0	0011	0	0000	1101
3	t1	Shift left			0	0001	
	101_						
	t2	Subtract			1	1101	
		$\bar{Z}_s \rightarrow q_3 = 0$			1	1110	1010
					Add Next Since $Z_s = 1$		
2	t1	Shift left			1	1101	
	010_						
	t2	Add			0	0011	
		$\bar{Z}_s \rightarrow q_2 = 0$			0	0000	0101
					Subtract Next Since $Z_s = 0$		
1	t1	Shift left			0	0000	
	101_						
	t2	Subtract			1	1101	

		$\overline{Z}_s \rightarrow q_1 = 0$		1	1101	1010
			Add Next	↗		
			Since $Z_s = 1$			
0	t1	Shift left			1	1011
	010_					
	t2	Subtract			0	<u>0011</u>

		$\overline{Z}_s \rightarrow q_0 = 0$		1	1110	0100
			Add Next	↗		→
			Since $Z_s = 1$			
ผลหาร	t1					
	t2	<u>R = A + B</u>			0	<u>0011</u>
					0	0001 = เศษ

Design of a Serial Division ASM

Step 1 : Problem Statement :

a. Process

- เมื่อ $j=3$, Shift left AP : { PD } = p_3
 สมมติ $q_3 = 1$; คำนวณหา $Z_3 = p_3 - 1B$; $Z_{3s} \rightarrow q_3$

- เมื่อ $j = 2, 1, 0$

ถ้า $Z_{j+1} < 0$ บวก 2B เพื่อให้ส่วนของตัวตั้งถูกต้อง

$$Z_j = 2Z_{j+1} + 2B + p_j - 1B \quad \leftrightarrow \quad (2Z_{j+1} + p_j) + B$$

Shift left Add

ถ้า $Z_{j+1} \geq 0$

$$Z_j = 2Z_{j+1} + 0B + p_j - 1B \quad \leftrightarrow \quad (2Z_{j+1} + p_j) - B$$

Shift left Subtract

$$(\overline{Z_j \text{ sign}}) \rightarrow q_j$$

b. Process control algorithm

- state a : Wait: Wait for start
- state b : Reset, Load : $0 \rightarrow I, A; 3 \rightarrow j$
 Divisor $\rightarrow B$
 Dividend $\rightarrow P$
 Define $Z_4 = 0$

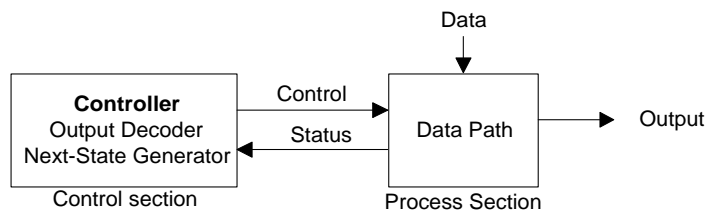
state c : Shift Left AP : $Z = 2Z_{j+1} + p_j$

state d : Add/Subtract : If $Z_{j+1} < 0, Z_j = Z + B$
 If $Z_{j+1} \geq 0, Z_j = Z - B$
 $I + 1 \rightarrow I, j - 1 \rightarrow j$

If $I < 4$, repeat State c and d;

If I=4, process is completed; goto e.
 state e : Restore Remainder : If $Z_0 < 0$, Remainder $R = Z_0 + B$
 System Specification: ออกแบบ ASM เพื่อทำการหารเลขจำนวนเต็ม X และ Y
 $X \leftrightarrow X / Y$

Step 2 : Conceptualization :
 a. System structure diagram



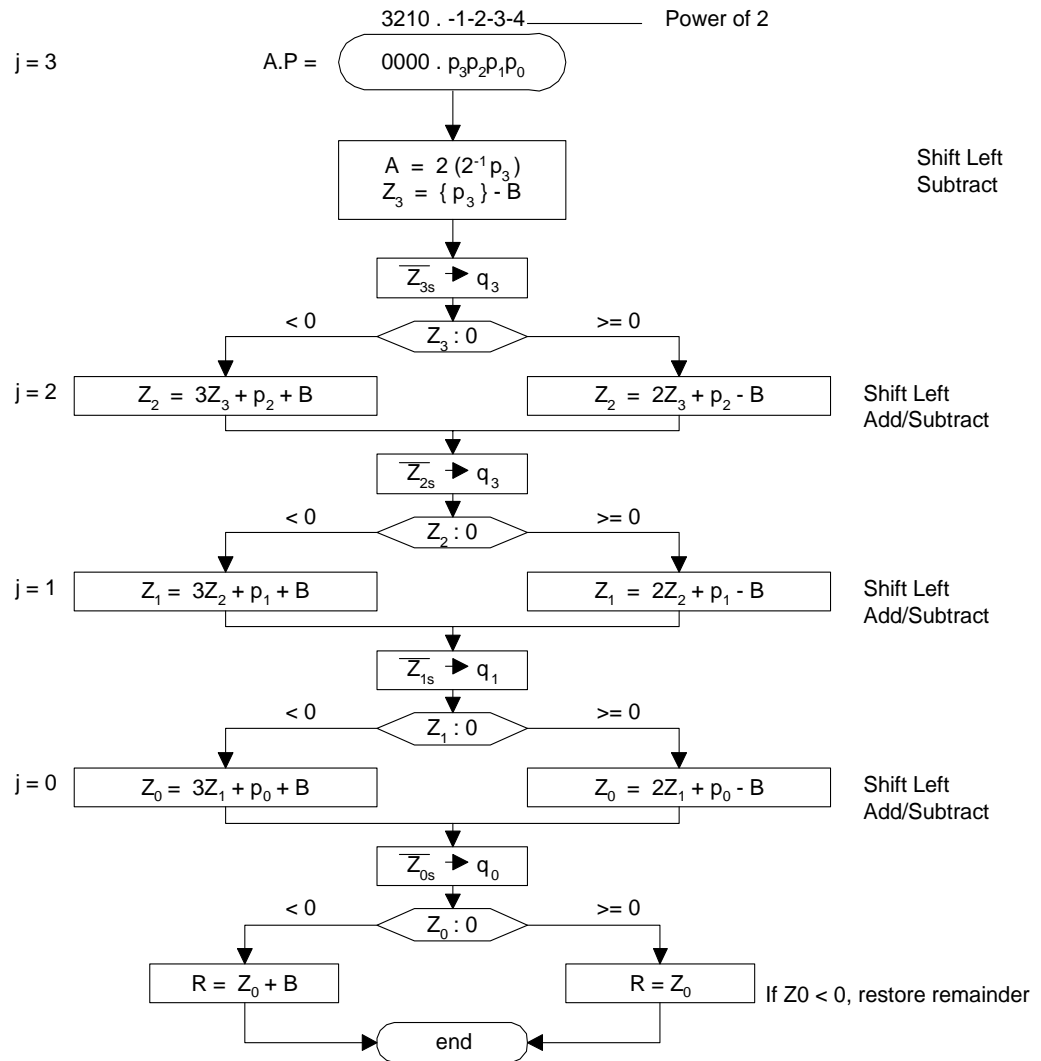
รูปที่ 11 Structure Diagram ของ Serial Division ASM

b. Control Flow Diagram

Control Flow Algorithm ของ nonrestoring method ของการหารแบบอนุกรม
 สามารถเขียนเป็น Diagram ได้ดังรูปที่ 12

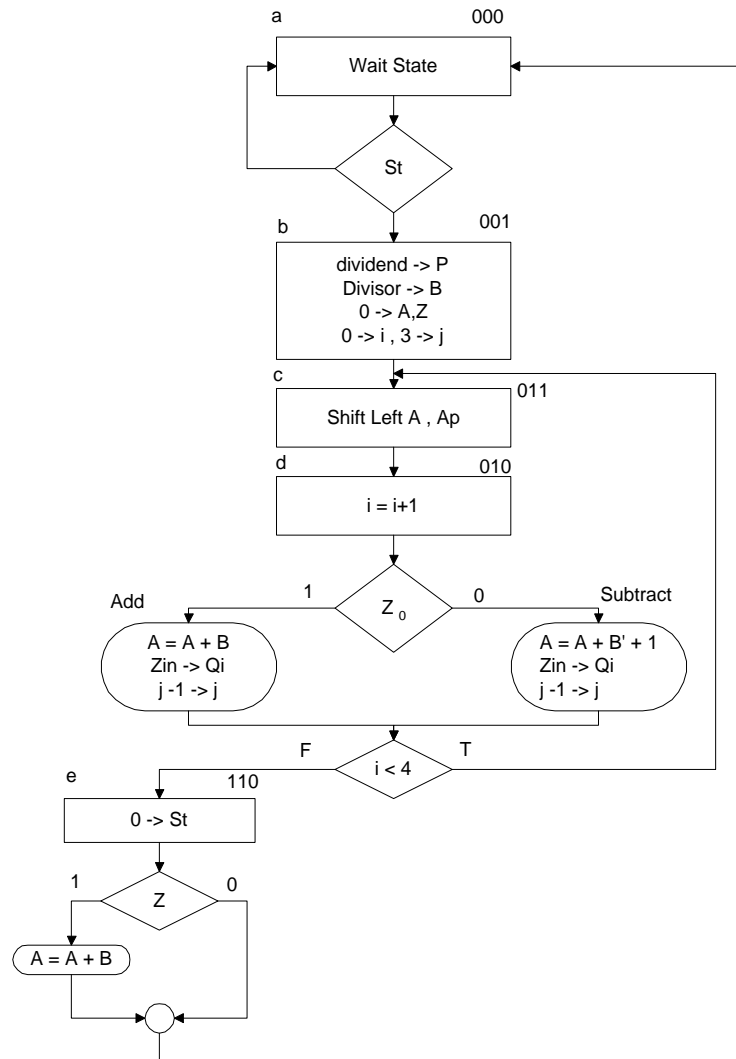
เมื่อ $j = 2, 1, 0$

:
 If $Z_{j+1} < 0$, $Z_j = Z_{j+1} + B^-$; $Z_{js} \rightarrow q_j$
 If $Z_{j+1} \geq 0$, $Z_j = Z_{j+1} - B^-$; $Z_{js} \rightarrow q_j$



รูปที่ 12 Diagram ของ nonrestoring Division

Algorithm ของการหารแบบ nonrestoring สามารถเขียนเป็น ASM chart ดังรูปที่ 13 ซึ่ง $Z_{sn} = (Z_{s0} \oplus A_s) \oplus C_0$ โดย Z_{s0} และ Z_{sn} แทนค่าเก่าและใหม่ของเครื่องหมาย Z_s ของผลลัพธ์ Z_j



รูปที่ 13 ASM Chart ของการหารแบบ nonrestoring

Step 3 : Solution / Simplification.

a. Process data path

ออกแบบ Data Path ที่สนับสนุน micro operation ต้องการในการสร้าง Algorithm

ของการหารเลขจำนวนเต็มแบบ nonrestoring ซึ่งสามารถสร้างได้จาก

4-bit adder

4-bit register B

4-bit parallel Load shift registers A, P

1-bit Flip-Flops A_s และ Z_s

เริ่มต้น ให้ A_s , A, และ Z_s เป็น 0, P เก็บค่าตัวตั้ง ในแต่ละ cycle j, q_j จะเก็บที่

LSB ของ P เมื่อการหารจบ register P จะเก็บค่าผลลัพธ์ $q_3 q_2 q_1 q_0$

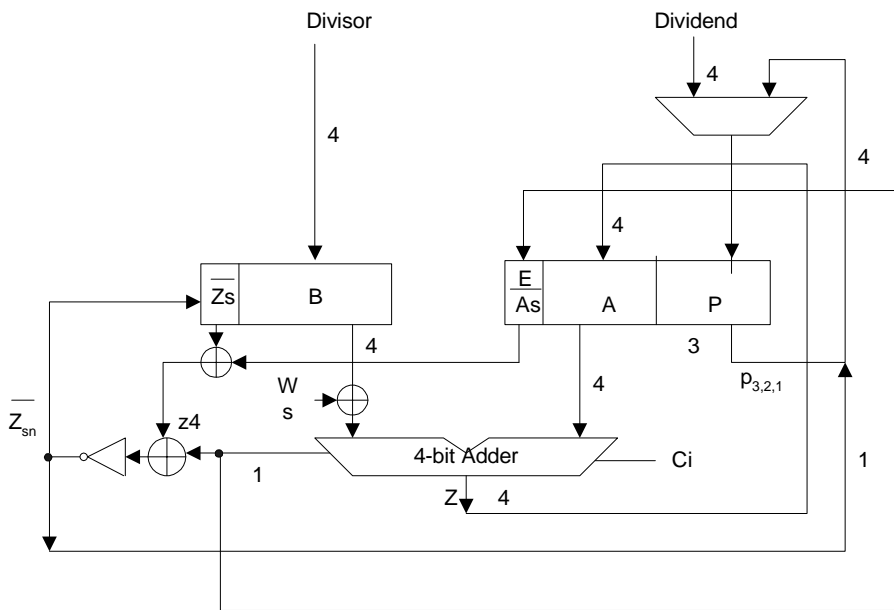
ให้ Z เป็น O/P sum 4-bit ของ Adder และ Z₄ เป็น Carry-out

วงจร 2:1 MUX จะใช้สำหรับต่อ Register เข้ากับทั้งการ Load ตัวตั้ง และ p₃ p₂ p₁

Z_{sn}

5-bit addition/subtraction สามารถทำได้โดย

$$Z_{sn} = \overline{(Z_{s0} \oplus A_s)} \oplus C_0$$



รูปที่ 14 Block Diagram ของ Data Path

b. Control Unit

(1) Next State Generator

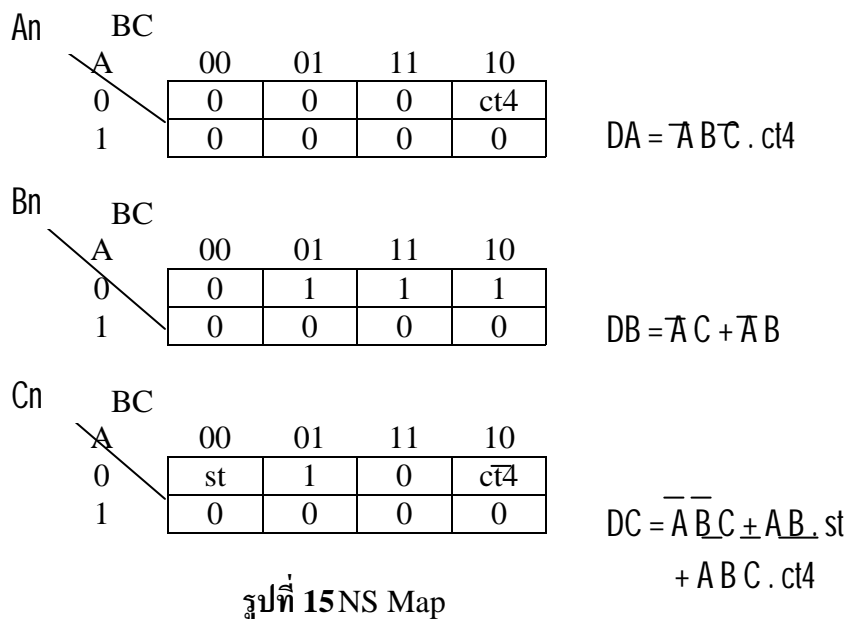
(a) จาก ASM Chart รูปที่ 13 สามารถนำมาสร้าง Next State Table ของ Control

Algorithm ได้ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 Control Algorithm Table ของ Serial Addition

Present State ABC Name		Next State Name AnBnCn		Condition for Transition	Condition for An=1 Bn=1 Cn=1		
000	a	a	000	St	F	F	st
		b	001	St			
001	b	c	011	T	F	T	T
010	d	c	011	ct4	ct4	T	ct4
		e	110	ct4			—
011	c	d	010	T	F	T	F
110	e	a	000	T	F	F	F

(b) เขียน Next-State Map และ NS Function (ถ้าใช้ D flip-flop) ได้ดังรูปที่ 15



(2) Output Decoder

พิจารณา ASM Chart และ Data Path Diagram มากำหนด Sequence ของ Micro operation ที่ต้องการในแต่ละ Control State

State a (000) : Set Register Control For Load

State b (001) : Clear Counter ($0 \rightarrow i$) ; $3 \rightarrow j$; Load Dividend and Divisor to Register P and B

State c (011) : Shift Left

$$Z = 2Z_{j+1} + p_j$$

State d (010) : Add/Subtract (For $j=3$, subtract since $Z(4) = 0$ by definition)

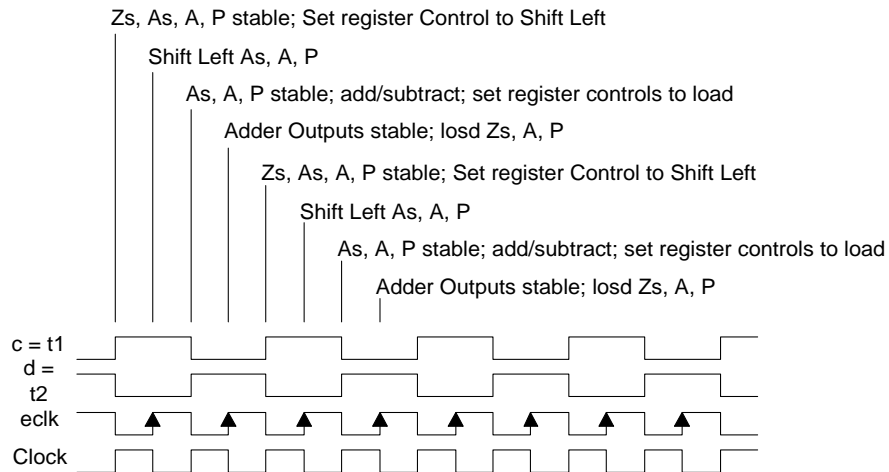
If $Z_{j+1} < 0$, $Z_j = Z + B$

If $Z_{j+1} \geq 0$, $Z_j = Z - B$

Increment Counter $i = i+1, j = j+1$

If $I < 4$, repeat State c and d;
 If $I = 4$, process is completed; goto e.
 State e (110) : Restore Remainder
 If $Z_0 < 0$, remainder $R = Z_0 + B$
 $0 \rightarrow st$

สามารถเขียน Timing Diagram ของ State c, d ได้ดังรูปที่ 16



รูปที่ 16 Timing Diagram ของ State c, d ของ Serial division ASM

จากการทำงานในแต่ละ State สามารถนำมาเขียนตารางแสดง micro operation ได้ดังตารางที่ 4

Output Decoder จะสร้างสัญญาณควบคุมต่อไปนี้ไปยัง Data Path

- clr-A = $\overline{A} \overline{B} C$
- clr-ct = $\overline{A} \overline{B} C$
- clk_B = $\overline{A} \overline{B} C \cdot eclk$
- clk-A = $(\overline{A} B C \mp A \overline{B} C + \overline{A} B C Z_{sn}) \cdot eclk$
- clk-A_s = $\overline{A} B C \cdot eclk$
- clk-P = $(\overline{A} B C \mp A \overline{B} C \mp A B C) \cdot eclk$
- clk-Z_s = $\overline{A} B \overline{C} \cdot eclk$
- W_x = $\overline{A} B \overline{C} Z_{s0}$
- carry-in = $\overline{\overline{A} B C} Z_{s0}$
- S1 = 1
- S0 = $(\overline{A} B C)$
- mux-set = $\overline{\overline{A} B C}$
- inc-ct = $\overline{A} B \overline{C} \cdot eclk$

โดยที่มีการเริ่มต้นที่ $A_s = 0, Z_s = 0 (Z_s = 1)$ และ $P = p_3 p_2 p_1 p_0$

ตารางที่ 4 สัญญาณควบคุม Data Path ที่สร้างโดย Output Decoder

State/ Time	Function	Micro operations	Control Signal	S1S0	MUX Select
a (000)	Set S1S0 to Load			11	
b (001)	Clear Counter		clr-ct = $\overline{A} \overline{B} C$		
	Clear Accumulator		clr-A = $A \overline{B} C$		
	Load Divisor and Dividend	Load B	clk-B = $\overline{A} \overline{B} C$	11	1
		Load P	eclk	10	
c (011)	Set S1S0 to Shift Left	S.LA _s AP → A _s AP	clk-P = $\overline{A} \overline{B} C$		
	Shift Left A _s AP		eclk --		
d (010)	Set S1S0 to Load		clk-A _s = $A \overline{B} C$	11	
	Add/Subtract (Z = A ± B)	A ± B → A	eclk --		
		i + 1 → i	clk-A = $A \overline{B} C$		
		Z _{sn} → Z _s	eclk --		
		Z → A	clk-P = $A \overline{B} C$		
	Increment Counter	Z _{sn} → P ₀	eclk		
e (110)	Store Z _s	A+B → A	W _x = $\overline{A} \overline{B} \overline{C} Z_{s0}$	11	
	Store A		carry-in = $\overline{A} \overline{B} C$		
	Store P		Z _{s0} -- --		
	Restore Remainder		inc-ct = $A \overline{B} C$		
			eclk -- --		
			clk-Z _s = $\overline{A} \overline{B} C$		
			eclk		
			clk-A = $\overline{A} \overline{B} C$		
			eclk -- --		
			clk-P = $A \overline{B} C$		
			eclk --		
			clk-A = $A \overline{B} C Z_{sn}$		
			eclk		