



BCD Arithmetic Unit



Design of BCD adder

การบวกตัวเลข BCD 1 digit 2 จำนวน x และ y และ carry-in นั้น แต่ละ I/P จะมีค่าที่เป็นไปได้ดังต่อไปนี้

$$C_i = \{ 0, 1 \}$$

$$X = x_3 x_2 x_1 x_0 = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$$

$$Y = y_3 y_2 y_1 y_0 = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$$

ดังนั้นการบวก $X + Y + C_i$ จึงสามารถให้ผลได้ถึง 19 ค่า

BCD addition table

Sum X	Y		Ci = 1							
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

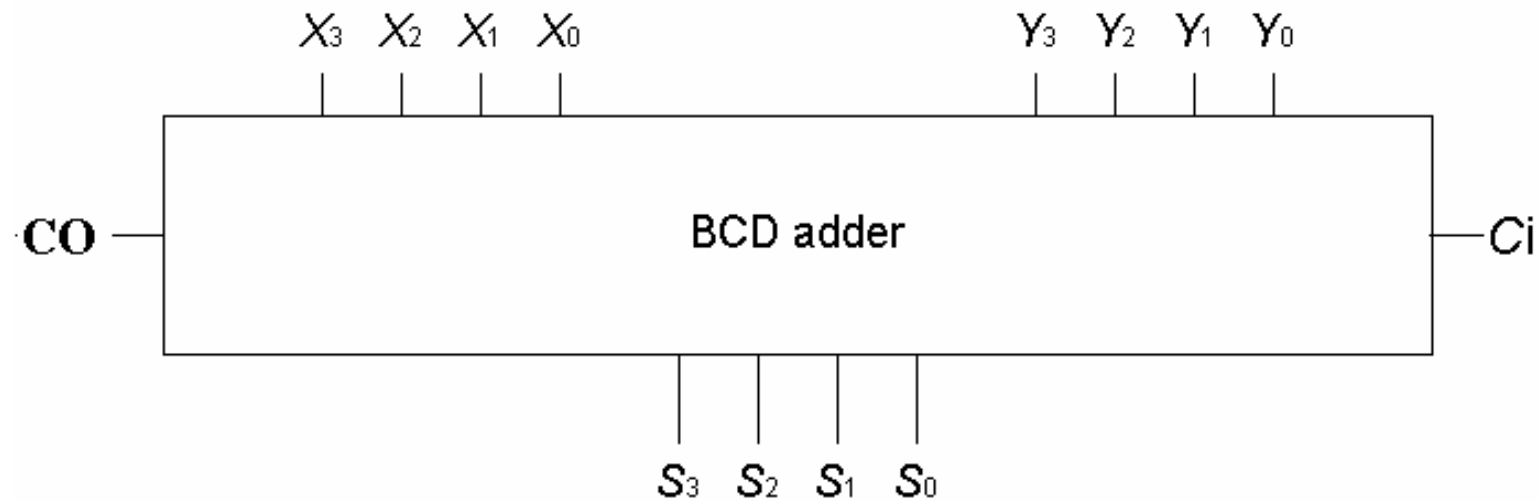
Sum X	Y		Ci = 0							
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Step 1 : Problem statement

Input มี 3 ชุด คือ X,Y,Ci ชุด X มี 4 บิตคือ X_0, X_1, X_2, X_3

และ ชุด Y มี 4 บิตคือ Y_0, Y_1, Y_2, Y_3

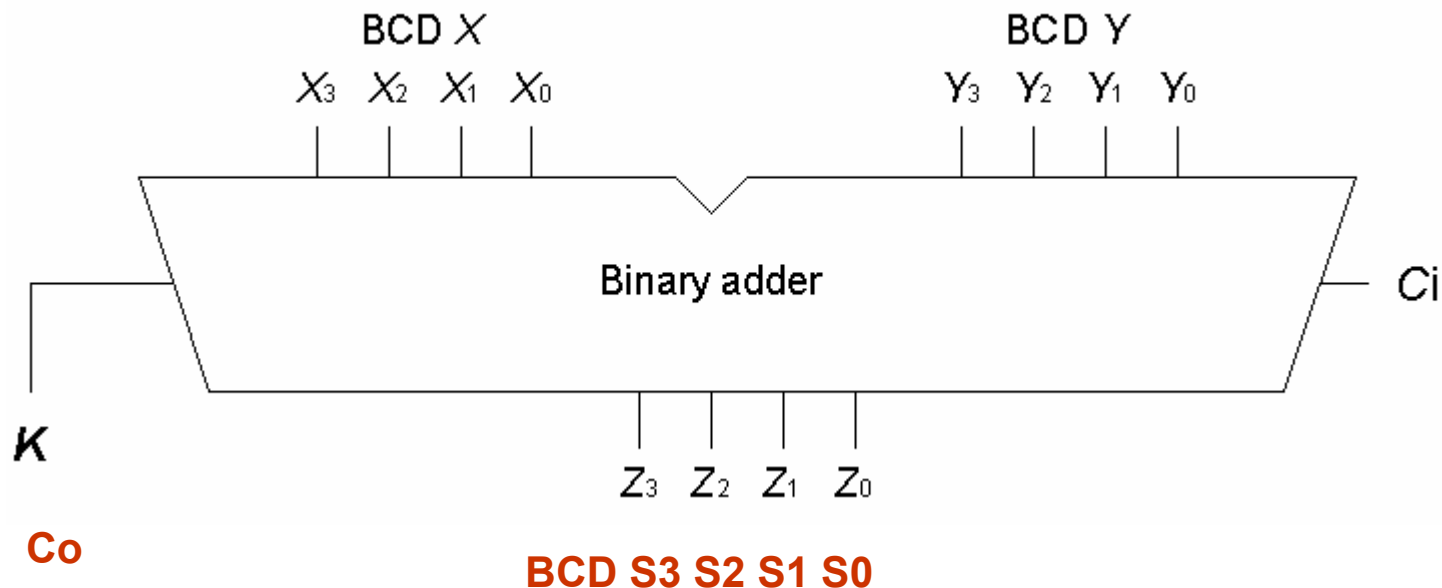
Output มี 2 ชุด คือ S, Co ชุด S มี 4 บิตคือ S_0, S_1, S_2, S_3



Step 2 : Conceptualization

ใช้วงจร 4-bit binary adder มา modify เพื่อทำการบวก

โดยมี I/P **X**, **Y** เป็นเลข BCD (0000 – 1001) และ Carry in C_i 1 บิต (0,1) และให้ผลลัพธ์ **Z** และ **K** เป็น binary ซึ่งผลลัพธ์ปรับให้ได้ O/P **S** และ **Co** อยู่ในรูปของ BCD



Step 3 : Solution/Simplification

ผลลัพธ์ที่ได้จากการบวกเลข BCD 1 digit 2 จำนวนกับ Carry-in
จะมีค่าตั้งแต่ 0 (0+0+0) ถึง 19 (9+9+1)

แต่ในการบวกนั้น เราจะใช้วงจร binary adder

จึงทำให้ผลลัพธ์ออกมาในรูปแบบของ binary

เช่น $10_{10} = 1010_2$ เราจำเป็นต้องนำผลลัพธ์นี้มาปรับให้อยู่ในรูปแบบของ
BCD เช่น $1010 = (1\ 0000)_{BCD}$



ตัวอย่างที่ 4

$$\begin{array}{r} 5 = 0101 \\ + 3 = \underline{0011} \\ \hline 8 = 1000 \end{array}$$

ผลลัพธ์เป็น BCD ถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 5

$$\begin{array}{r} 7 = 0111 \\ + 5 = \underline{0101} \\ \hline 12 = 1100 \end{array}$$

ผลลัพธ์เป็น binary ซึ่งมากกว่า 9

บวก 6 เนื่องจากผลลัพธ์มากกว่า 9

$$1100 + \underline{0110} = 10010$$

12 ได้ผลลัพธ์ BCD ที่ถูกต้อง



การแปลง binary sum
 (Co, z3 z2 z1 z0) เป็น
 BCD sum (Co, S3 S2 S1 S0)
 จะเห็นว่าต้องปรับค่า Co เป็น 1
 และบวก S ด้วย 0110 เมื่อ Z
 มีค่าเป็น 1010 ขึ้นไป

Decimal	Binary Sum						BCD Sum					BCD Sum Weights		
	Sum	K	Z3	Z2	Z1		Z0	C	S3	S2	S1	S0	10	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	
2	0	0	0	1	0		0	0	0	1	0	0	2	
3	0	0	0	1	1		0	0	0	1	1	0	3	
4	0	0	1	1	0	} +0=	0	0	1	0	0	0	4	
5	0	0	1	1	1		0	0	1	0	1	0	5	
6	0	0	1	0	0		0	0	1	1	0	0	6	
7	0	0	1	0	1		0	0	1	1	1	0	7	
8	0	1	0	0	0		0	1	0	0	0	0	8	
9	0	1	0	0	1		0	1	0	0	1	0	9	
10	0	1	0	1	0		} +6=	1	0	0	0	0	1	0
11	0	1	0	1	1			1	0	0	0	1	1	1
12	0	1	1	1	0			1	0	0	1	0	1	2
13	0	1	1	1	1	1		0	0	1	1	1	3	
14	0	1	1	0	0	1		0	1	0	0	1	4	
15	0	1	1	0	1	1		0	1	0	1	1	5	
16	1	0	0	0	0	1		0	1	1	0	1	6	
17	1	0	0	0	1	1		0	1	1	1	1	7	
18	1	0	0	1	0	1		1	0	0	0	1	8	
19	1	0	0	1	1	1		1	0	0	1	1	9	

ฟังก์ชันของ C_0 โดยใช้ K-map

$K = 0$

		C Z_1Z_0			
		00	01	11	10
Z_3Z_2	00				
	01				
Z_3Z_2	11	1	1	1	1
	10			1	1

Annotations: Z_3Z_1 (points to the 11 row), Z_3Z_2 (points to the 11 and 10 rows).

$K = 1$

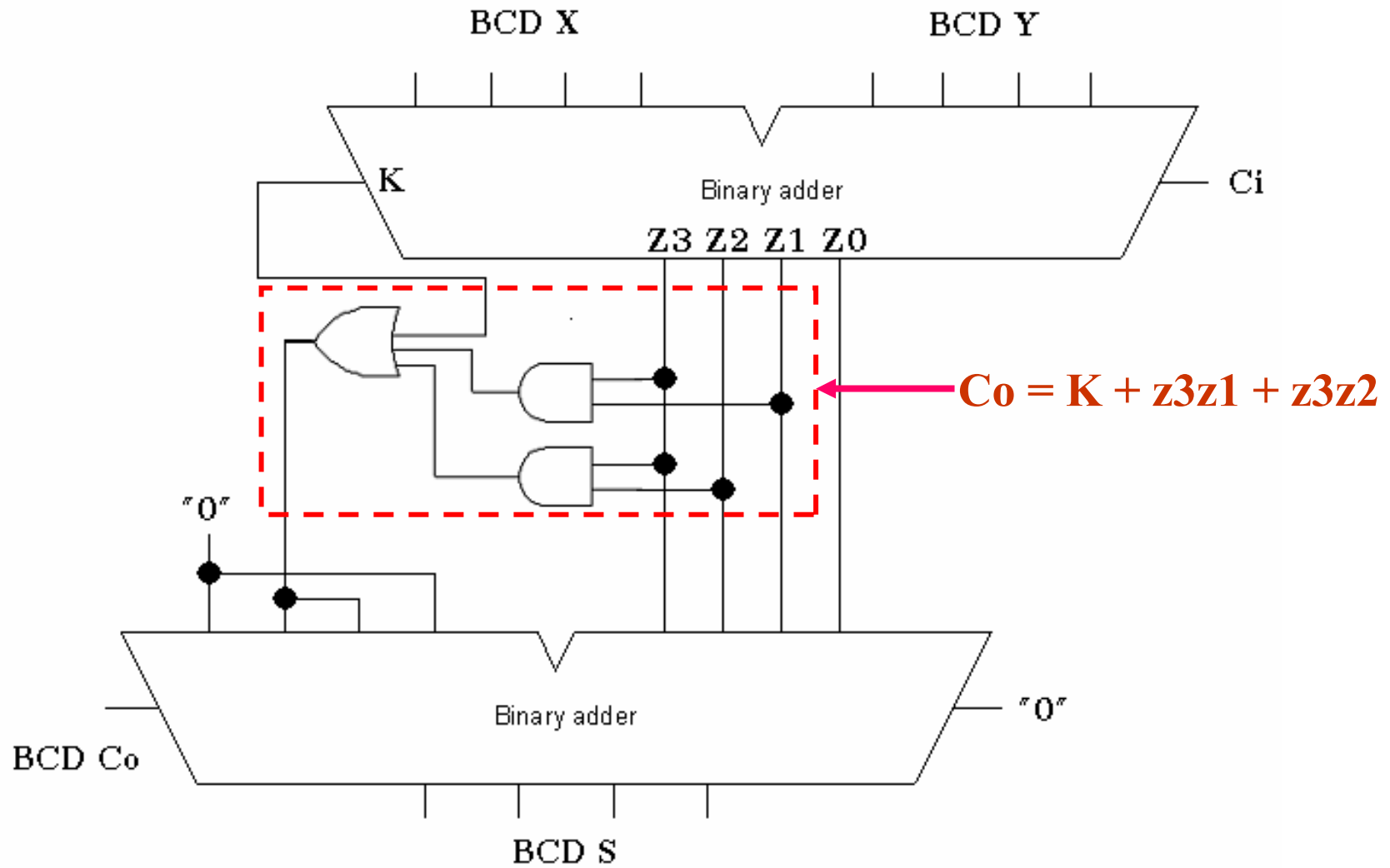
		C Z_1Z_0			
		00	01	11	10
Z_3Z_2	00	1	1	1	1
	01	X	X	X	X
Z_3Z_2	11	X	X	X	X
	10	X	X	X	X

จะได้ฟังก์ชันของ C_0 ดังนี้

$$C_0 = K + z_3z_1 + z_3z_2$$

และเมื่อ $C_0 = 1$ เราจะบวก Z ด้วย 0110

Step 4 : Realization





การลบ BCD $X - Y$ ทำได้โดยบวก X ด้วยค่า 9s complement ของ Y

BCD Subtraction

$$X - Y = X + Y'$$

ค่า 9s complement ของ Y หาได้จาก $9 - Y$

$$Y' = 9 - Y$$

Decimal		BCD	
		Y	$Y = 9s \text{ Complement}$
Y	$Y = 9s \text{ Complement}$	$abcd$	
0	9	0000	1001
1	8	0001	1000
2	7	0010	0111
3	6	0011	0110
4	5	0100	0101
5	4	0101	0100
6	3	0110	0011
7	2	0111	0010
8	1	1000	0001
9	0	1001	0000

BCD Subtraction

กรณี $X > Y$

ผลบวกจาก BCD Adder จะเกิด Carry-out = 1 เป็น EAC แสดงว่าผลลัพธ์เป็นบวก

ให้นำ EAC ไปบวกกับผลบวกที่ได้ จะได้ เอาต์พุต ที่ถูกต้อง

$$X = 5 = 0101$$

$$Y = 2 = \underline{0111}$$

9s complement ของ 2

$$X - Y = X + Y' = 1100$$

Note: $X + Y' = X + (9 - Y)$

$$= 9 + (X - Y) > 9$$

$$+ 0110$$

บวกด้วย 6

$$10010$$

ผลลัพธ์จาก BCD adder

$$\text{EAC} \rightarrow \underline{\quad + 1}$$

$$= 10011$$

$$= 3$$

BCD Subtraction

กรณี $X < Y$

ผลบวกจาก BCD Adder จะได้ Carry-out = 0

แสดงว่าผลลัพธ์เป็นลบ ให้ทำ 9s complement ผลลัพธ์นั้น จะได้ เอาต์พุต ที่ถูกต้อง

$$\begin{array}{rcll} X & = & 5 & = & 0101 \\ Y & = & 9 & = & \underline{0000} & \text{9s complement ของ 9} \\ X - Y & = & X + Y' & = & 00101 & \text{ผลลัพธ์จาก BCD adder} \end{array}$$

Carry-out = 0 ทำ 9s complement

$$00100 = -4 \text{ (Carry-out เป็น 0 แสดงว่าเป็นค่าลบ)}$$

หลักการทำ 9s complement

BCD number	0000	0001	0010	0011
Invert	1111	1110	1101	1100
Add 1010	1010	1010	1010	1010
Result	1 1001	1 1000	1 0111	1 0110
Drop Carry-out	1001	1000	0111	0110

หลักการทำ 9s complement

Decimal N	BCD abcd N	Bitwise			Re 01	Ignore carry-out
		Complement $15 - N$	+ 10	=	$25 - N$ $16 + N'$	= 9s Complement N'
0	0000	1111	1010		11001	1001
1	0001	1110	1010		11000	1000
2	0010	1101	1010		10111	0111
3	0011	1100	1010		10110	0110
4	0100	1011	1010		10101	0101
5	0101	1010	1010		10100	0100
6	0110	1001	1010		10011	0011
7	0111	1000	1010		10010	0010
8	1000	0111	1010		10001	0001
9	1001	0110	1010		10000	0000

